



کوییز درس پردازش سیگنال

زمان: 15 دقیقه

نام و نام خانوادگی

شماره دانشجویی

تابع ویژه سیستم : اگر خروجی یک سیستم به یک ورودی برابر حاصلضرب همان ورودی در یک عدد ثابت مختلط باشد، آن تابع ورودی، تابع ویژه سیستم نامیده می شود.

سوال 1- الف: نشان دهید تابع $x(n) = z^n$ که z یک عدد ثابت مختلط است یک تابع ویژه سیستم برای هر سیستم زمان گسسته خطی تغییر ناپذیر با زمان LSI است. ($x(n) = e^{j\omega_0 n}$ نیز این خصوصیت را دارد)

راهنمایی: از تعریف $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)$ استفاده کنید.

ب: با مثال نقض نشان دهید $x(n) = z^n u(n)$ یک تابع ویژه برای هر سیستم LSI نیست.

این سوال منبع باز و زمان باز است.

تخمین حداقل میانگین مربعات خطا MMSE و فیلتر منطبق

$$MSE = \sum_n |x_n - \hat{x}_n|^2 = \sum_n (x_n - \hat{x}_n)^*(x_n - \hat{x}_n)$$

با مشتق گرفتن از خطا نسبت به پارامترهای مطلوب رابطه تخمین به دست می آید. در آنالیز متغیرهای مختلط از تعریف

$$a: \text{complex variable} \rightarrow \frac{\partial a}{\partial a} = 1, \quad \frac{\partial a^*}{\partial a} = 0$$

"شجاعانه" زیر استفاده کنید:

سوال 2- تعداد N نمونه اول از سیگنال $x(n) = ae^{j\omega_0 n} + v(n)$ به صورت $(x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$ داده شده است. که $v(n)$ یک نویز سفید جمع شونده با میانگین صفر است. بهترین تخمین a را با معیار MMSE به دست بیاورید. (a اعداد مختلط ثابت هستند) (راهنمایی: مقدار مطلوب را به صورت $\hat{a}e^{j\omega_0 n}$; $n = 0, 1, \dots, N-1$ در نظر بگیرید)

(در مسایل عملی نمونه های یک سیگنال را داریم و پارامترهای آن به عنوان مثال مولفه های فرکانسی آن را میخواهیم به دست بیاوریم)